附 录

正文未报告部分

1. 传统外包结构的超边际决策及角点解求解

（1）发包者（*IY/X*）的超边际决策及角点解求解【正文（2）式】

$$\max U_A^{IY}=y$$

$$s.t. y^p=y+y^s=[(kx^d)^{\mu}i^{1-\mu}]^{\delta}(L_Y-a)^{1-\delta}$$

$$i^p=i=L_I-c$$

$$L_Y+L_I=1$$

$$P_Y y^s=P_X x^d \tag{2}$$

构造拉格朗日函数：

$$L=y+\lambda(1-L_Y-L_I) \tag{A1}$$

再应用（2）式中相关恒等式，将上述拉格朗日函数转换为：

$$L=[(kx^d)^{\mu}(L_I-c)^{1-\mu}]^{\delta}(L_Y-a)^{1-\delta}-\frac{P_X}{P_Y}x^d+\lambda(1-L_Y-L_I) \tag{A2}$$

一阶条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial L_I}=\left(kx^d\right)^{\mu\delta}\left(\delta-\mu\delta\right)\left(L_I-c\right)^{\delta-\mu\delta-1}\left(L_Y-a\right)^{1-\delta}-\lambda=0 \tag{A3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_Y}=[(kx^d)^{\mu}(L_I-c)^{1-\mu}]^{\delta}(1-\delta)(L_Y-a)^{-\delta}-\lambda=0 \tag{A4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^d}=\mu\delta k^{\mu\delta}(x^d)^{\mu\delta-1}(L_I-c)^{\delta-\mu\delta}(L_Y-a)^{1-\delta}-\frac{P_X}{P_Y}=0 \tag{A5}$$

求解上述方程组，可以得到正文中的（3）式：

$$L_Y=\frac{\delta a(1-\mu)+(1-\delta)(1-c)}{1-\mu\delta}$$

$$L_I=\frac{\delta(1-a)(1-\mu)+c(1-\delta)}{1-\mu\delta}$$

$$i^p=i=\frac{\delta(1-\mu)(1-a-c)}{1-\mu\delta}$$

$$x^d=\frac{\mu\delta(1-a-c)}{1-\mu\delta}\left(\frac{\pi k^{\mu\delta}P_Y}{P_X}\right)^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$y^s=\frac{\mu\delta(1-a-c)}{1-\mu\delta}\left[\pi\left(\frac{kP_Y}{P_X}\right)^{\mu\delta}\right]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$y^p=\frac{1-a-c}{1-\mu\delta}\left[\pi\left(\frac{kP_Y}{P_X}\right)^{\mu\delta}\right]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$U_A^{IY}=(1-a-c)[\pi(\frac{kP_Y}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$\pi=[\delta\mu^{\mu}(1-\mu)^{1-\mu}]^{\delta}(1-\delta)^{1-\delta} \tag{3}$$

（2）接包者（RX/Y）的超边际决策及角点解求解【正文（4）式】

$$\max U_{\mathrm{A}}^{RX}=ky^{d}$$

$$s.t. x^{p}=x^{s}=r^{\eta}(L_X-b)^{1-\eta}$$

$$r^{p}=r=L_R-d$$

$$L_X+L_R=1$$

$$P_X x^{s}=P_Y y^{d} \tag{4}$$

构造拉格朗日函数：

$$L=ky^{d}+\lambda(1-L_X-L_R) \tag{A6}$$

再应用（4）式中相关恒等式，将上述拉格朗日函数转换为：

$$L=k\frac{P_X}{P_Y}[(L_R-d)^{\eta}(L_X-b)^{1-\eta}]+\lambda(1-L_X-L_R) \tag{A7}$$

一阶条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial L_R}=k\frac{P_X}{P_Y}\eta(L_R-d)^{\eta-1}(L_X-b)^{1-\eta}-\lambda=0 \tag{A8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_X}=k\frac{P_X}{P_Y}(L_R-d)^{\eta}(1-\eta)(L_X-b)^{-\eta}-\lambda=0 \tag{A9}$$

求解上述方程，可以得到正文中的（5）式：

$$L_R=\eta(1-b)+d(1-\eta)$$
$$L_X=1-\eta(1-b)-d(1-\eta)$$

$$r^{p}=r=\eta(1-b-d)$$

$$x^{p}=x^{s}=\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}$$

$$y^{d}=\frac{P_X}{P_Y}\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}$$

$$U_A^{RX}=k\frac{P_X}{P_Y}\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta} \tag{5}$$

2. 网络外包结构中个体超边际决策及角点解求解

（1）发包者（IY/X）的超边际决策及角点解求解【正文（6）式】

$$\max U_P^{IY}=y$$

$$s.t. y^{p}=y+y^{s}=[(kx^{d})^{\mu}i^{1-\mu}]^{\delta}(L_Y-a)^{1-\delta}$$

$$i^{p}=i=L_I-c$$

$$L_Y + L_I = 1$$

$$P_Y y^s = P_X x^d \tag{6}$$

构造拉格朗日函数：

$$L = y + \lambda(1 - L_Y - L_I) \tag{A10}$$

再应用（6）式中相关恒等式，将上述拉格朗日函数转换为：

$$L = [(kx^d)^\mu (L_I - c)^{1-\mu}]^\delta (L_Y - a)^{1-\delta} - \frac{P_X}{P_Y} x^d + \lambda(1 - L_Y - L_I) \tag{A11}$$

一阶条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial L_I} = (kx^d)^{\mu\delta}(\delta - \mu\delta)(L_I - c)^{\delta-\mu\delta-1}(L_Y - a)^{1-\delta} - \lambda = 0 \tag{A12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_Y} = [(kx^d)^\mu (L_I - c)^{1-\mu}]^\delta (1-\delta)(L_Y - a)^{-\delta} - \lambda = 0 \tag{A13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^d} = \mu\delta k^{\mu\delta}(x^d)^{\mu\delta-1}(L_I - c)^{\delta-\mu\delta}(L_Y - a)^{1-\delta} - \frac{P_X}{P_Y} = 0 \tag{A14}$$

求解上述方程组，可以得到正文中的（7）式：

$$L_Y = \frac{\delta a(1-\mu) + (1-\delta)(1-c)}{1-\mu\delta}$$

$$L_I = \frac{\delta(1-a)(1-\mu) + c(1-\delta)}{1-\mu\delta}$$

$$i^p = i = \frac{\delta(1-\mu)(1-a-c)}{1-\mu\delta}$$

$$x^d = \frac{\mu\delta(1-a-c)}{1-\mu\delta}\left(\frac{\pi k^{\mu\delta} P_Y}{P_X}\right)^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$y^s = \frac{\mu\delta(1-a-c)}{1-\mu\delta}\left[\pi\left(\frac{kP_Y}{P_X}\right)^{\mu\delta}\right]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$y^p = \frac{1-a-c}{1-\mu\delta}\left[\pi\left(\frac{kP_Y}{P_X}\right)^{\mu\delta}\right]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$U_P^{IY} = (1-a-c)\left[\pi\left(\frac{kP_Y}{P_X}\right)^{\mu\delta}\right]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}$$

$$\pi = [\delta\mu^\mu(1-\mu)^{1-\mu}]^\delta(1-\delta)^{1-\delta} \tag{7}$$

（2）接包者（X/YR）的超边际决策及角点解求解【正文（8）式】

$$\mathrm{ax} U_P^X = ky^d$$

$$s.t. x^p = x^s = (kr^d)^\eta (L_X - b)^{1-\eta}$$

$$L_X = 1$$

$$P_X x^s = P_Y y^d + P_R r^d \tag{8}$$

由上述条件可得：

$$U_P^X = k[\frac{P_X}{P_Y}(kr^d)^\eta(1-b)^{1-\eta} - \frac{P_R}{P_Y}r^d] \tag{A15}$$

一阶条件为：

$$\frac{\partial U}{\partial r^d} = \eta k^{\eta+1}(\frac{1-b}{r^d})^{1-\eta}\frac{P_X}{P_Y} - k\frac{P_R}{P_Y} = 0 \tag{A16}$$

求解上述方程，可以得到正文中的（9）式：

$$r^d = (1-b)(\frac{\eta k^\eta P_X}{P_R})^{\frac{1}{1-\eta}}$$

$$x^p = x^s = (1-b)(\frac{\eta k P_X}{P_R})^{\frac{\eta}{1-\eta}}$$

$$y^d = \frac{1-b}{P_Y}[\frac{k^\eta P_X}{P_R^\eta}(\eta^\eta - \eta)]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

$$U_P^X = \frac{1-b}{P_Y}[\frac{kP_X}{P_R^\eta}(\eta^\eta - \eta)]^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{9}$$

（3）网络外包平台（*R*/*Y*）的超边际决策及角点解求解【正文（10）式】

$$\max U_P^R = ky^d$$

$$s.t. r^p = r^s = L_R - d$$

$$L_R = 1$$

$$P_R r^s = P_Y y^d \tag{10}$$

求解上述方程，容易得到正文中的（11）式：

$$r^p = r^s = 1-d$$

$$y^d = \frac{P_R}{P_Y}(1-d)$$

$$U_P^R = k\frac{P_R}{P_Y}(1-d) \tag{11}$$

3. 网络众包结构的超边际决策及角点解求解

（1）发包者（*Y*/*XI*）的超边际决策及角点解求解【正文（12）式】

$$\max U_C^Y = y$$

$$s.t. y^p = y + y^s = [k(x^d)^\mu (i^d)^{1-\mu}]^\delta (L_Y - a)^{1-\delta}$$

$$L_Y = 1$$

$$P_Y y^s = P_X x^d + P_I i^d \tag{12}$$

构造拉格朗日函数：

$$L = y + \lambda(1 - L_Y) \tag{A17}$$

再应用（12）式中相关恒等式，将上述拉格朗日函数转换为：

$$L=[k(x^d)^{\mu}(i^d)^{1-\mu}]^{\delta}(L_Y-a)^{1-\delta}-\frac{P_X}{P_Y}x^d-\frac{P_I}{P_Y}i^d+\lambda(1-L_Y) \tag{A18}$$

一阶条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial x^d}=k^{\delta}\mu\delta(x^d)^{\mu\delta-1}(i^d)^{\delta-\mu\delta}(L_Y-a)^{1-\delta}-\frac{P_X}{P_Y}=0 \tag{A19}$$

$$\frac{\partial L}{\partial i^d}=k^{\delta}(x^d)^{\mu\delta}(\delta-\mu\delta)(i^d)^{\delta-\mu\delta-1}(L_Y-a)^{1-\delta}-\frac{P_I}{P_Y}=0 \tag{A20}$$

求解上述方程组，可以得到正文中的（13）式：

$$\begin{gathered}
x^d=\frac{\mu\delta(1-a)P_Y}{(1-\delta)P_X}[\pi(\frac{kP_Y}{P_I})^{\delta}(\frac{P_I}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\delta}}\\
i^d=\frac{\delta(1-\mu)(1-a)P_Y}{(1-\delta)P_I}[\pi(\frac{kP_Y}{P_I})^{\delta}(\frac{P_I}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\delta}}\\
y^s=\frac{\delta(1-a)}{1-\delta}[\pi(\frac{kP_Y}{P_I})^{\delta}(\frac{P_I}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\delta}}\\
y^p=\frac{1-a}{1-\delta}[\pi(\frac{kP_Y}{P_I})^{\delta}(\frac{P_I}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\delta}}\\
U_C^Y=(1-a)[\pi(\frac{kP_Y}{P_I})^{\delta}(\frac{P_I}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\delta}}\\
\pi=[\delta\mu^{\mu}(1-\mu)^{1-\mu}]^{\delta}(1-\delta)^{1-\delta}
\end{gathered} \tag{13}$$

（2）接包者（*X*/*YR*）的超边际决策及角点解求解【正文（14）式】

$$\begin{gathered}
\max U_C^X=ky^d\\
s.t. x^p=x^s=(kr^d)^{\eta}(L_X-b)^{1-\eta}\\
L_X=1\\
P_Xx^s=P_Yy^d+P_Rr^d
\end{gathered} \tag{14}$$

由上述条件可得：

$$U_C^X=k[\frac{P_X}{P_Y}(kr^d)^{\eta}(1-b)^{1-\eta}-\frac{P_R}{P_Y}r^d] \tag{A21}$$

一阶条件为：

$$\frac{\partial U}{\partial r^d}=\eta k^{\eta+1}\frac{P_X}{P_Y}(\frac{1-b}{r^d})^{1-\eta}-k\frac{P_R}{P_Y}=0 \tag{A22}$$

求解上述方程，可以得到正文中的（15）式：

$$r^d=(1-b)(\frac{\eta k^{\eta}P_X}{P_R})^{\frac{1}{1-\eta}}$$

$$x^p=x^s=(1-b)(\frac{\eta kP_X}{P_R})^{\frac{\eta}{1-\eta}}$$

$$y^d=\frac{1-b}{P_Y}[\frac{k^{\eta}P_X}{P_R^{\eta}}(\eta^{\eta}-\eta)]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

$$U_C^X=\frac{1-b}{P_Y}[\frac{kP_X}{P_R^\eta}(\eta^\eta-\eta)]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (15)$$

（3）网络众包平台（I/Y）的超边际决策及角点解求解【正文（16）式】

$$\max U_C^{\mathrm{I}}=ky^d$$

$$s.t.i^p=i^s=L_I-c$$

$$L_I=1$$

$$P_I i^s=P_Y y^d \quad (16)$$

求解上述方程，容易得到正文中的（17）式：

$$i^p=i^s=1-c$$

$$y^d=\frac{P_I}{P_Y}(1-c)$$

$$U_C^I=k\frac{P_I}{P_Y}(1-c) \quad (17)$$

（4）网络众包服务平台商（R/Y）的超边际决策及角点解求解【正文（18）式】

$$\max U_C^R=ky^d$$

$$s.t.r^p=r^s=L_R-d$$

$$L_R=1$$

$$P_R r^s=P_Y y^d \quad (18)$$

求解上述最大化问题，容易得到正文中的（19）式：

$$r^p=r^s=1-d$$

$$y^d=\frac{P_R}{P_Y}(1-d)$$

$$U_C^R=k\frac{P_R}{P_Y}(1-d) \quad (19)$$

4. 角点均衡求解

（1）传统外包结构的角点均衡求解【正文（20）式】

在均衡条件下，特定分工模式中经济个体效用必然相等，因此，根据这一效用均等原则及（3）和（5）式，即$U_A^{IY}=U_A^{RX}$，有：

$$(1-a-c)[\pi(\frac{kP_Y}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}=k\frac{P_X}{P_Y}\eta^\eta(1-\eta)^{1-\eta} \quad (A23)$$

根据（A23）式，经过等式变换，可以求得最终产品与中间产品的相对价格为：

$$\frac{P_X}{P_Y}=\pi k^{2\mu\delta-1}[\frac{\eta^\eta(1-\eta)^{1-\eta}}{1-a-c}]^{\mu\delta-1} \quad (A24)$$

于是将（A24）式代入正文中式（3）和（5），可以得到传统外包模式下的均衡效用为：

$$U_A=\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^2\eta^\eta(1-\eta)^{1-\eta}]^{\mu\delta} \quad (A25)$$

此外，根据市场出清原则，在市场中交易的商品总供求是平衡的，因此，有：

$$M_A^{IY}\cdot y^s=M_A^{RX}\cdot y^d \tag{A26}$$

上式中，M_A^{IY} 和 M_A^{RX} 分别代表传统外包结构中发包者和接包者的人数，因此，根据正文中式（3）和（5）以及（A26），容易得到：

$$\frac{M_A^{RX}}{M_A^{IY}}=\frac{k\mu\delta}{1-\mu\delta} \tag{A27}$$

（2）网络外包结构的角点均衡求解【正文（21）式】

首先，还是根据效用均等化原则，在一般均衡状态下，有：

$$U_P=U_P^{IY}=U_P^X=U_P^R \tag{A28}$$

根据正文中式（7）、（9）和（11），有：

$$(1-a-c)[\pi(\frac{kP_Y}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\mu\delta}}=\frac{1-b}{P_Y}[\frac{kP_X}{P_R^\eta}(\eta^\eta-\eta)]^{\frac{1}{1-\eta}}=k\frac{P_R}{P_Y}(1-d) \tag{A29}$$

根据（A29）式，经过等式变换，不难得到：

$$\frac{P_R}{P_X}=\frac{\Omega}{1-d} \tag{A30}$$

$$\frac{P_X}{P_Y}=\pi k^{2\mu\delta\text{-}1}(\frac{1-a-c}{\Omega})^{1\text{-}\mu\delta} \tag{A31}$$

$$\frac{P_R}{P_Y}=\frac{\pi}{1-d}(1-a-c)^{1-\mu\delta}k^{2\mu\delta-1}\Omega^{\mu\delta} \tag{A32}$$

$$\Omega=(\eta^\eta-\eta)[k(1-d)]^\eta(1-b)^{1-\eta} \tag{A33}$$

于是将（A32）式代入正文中式（7）、（9）和（11），可以得到网络外包模式下的均衡效用为：

$$U_P=\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^{\eta+2}(\eta^\eta-\eta)(1-d)^\eta(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} \tag{A34}$$

此外，根据市场出清原则，在市场中交易的商品总供求是平衡的，因此，有：

$$M_P^R\cdot r^s=M_P^X\cdot r^d \tag{A35}$$

$$M_P^X\cdot x^s=M_P^{IY}\cdot x^d \tag{A36}$$

$$M_P^{IY}\cdot y^s=M_P^R\cdot y^d+M_P^X\cdot y^d \tag{A37}$$

上三式中，M_P^{IY}、M_P^X 和 M_P^R 分别代表网络外包结构中发包者、接包者、网络外包平台商的数量，因此，根据正文中（7）、（9）和（11）式以及（A35）、（A36）和（A37）式，容易得到：

$$\frac{M_P^R}{M_P^X}=(\frac{\eta}{\eta^\eta-\eta})^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{A38}$$

$$\frac{M_P^X}{M_P^{IY}}=\frac{\mu\delta(1-a-c)}{1-\mu\delta}(k\pi^{\mu\delta})^{\frac{1}{1-\mu\delta}}(1-\eta^{1-\eta})^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{A39}$$

$$\frac{M_P^R}{M_P^{IY}}=\frac{\eta\mu\delta(1-a-c)}{1-\mu\delta}(k\pi^{\mu\delta})^{\frac{1}{1-\mu\delta}} \tag{A40}$$

（3）网络众包结构的角点均衡求解【正文（22）式】

首先，还是根据效用均等化原则，在一般均衡状态下，有：

$$U_C=U_C^Y=U_C^X=U_C^I=U_C^R \tag{A41}$$

根据正文中式（13）、（15）、（17）和（19），有：

$$(1-a)[\pi(\frac{kP_Y}{P_I})^{\delta}(\frac{P_I}{P_X})^{\mu\delta}]^{\frac{1}{1-\delta}}=\frac{1-b}{P_Y}[\frac{kP_X}{P_R^{\eta}}(\eta^{\eta}-\eta)]^{\frac{1}{1-\eta}}=k\frac{P_I}{P_Y}(1-c)=k\frac{P_R}{P_Y}(1-d) \tag{A42}$$

根据（A42）式，经过等式变换，不难得到：

$$\frac{P_R}{P_I}=\frac{1-c}{1-d} \tag{A43}$$

$$\frac{P_R}{P_X}=\frac{\Omega}{1-d} \tag{A44}$$

$$\frac{P_I}{P_X}=\frac{\Omega}{1-c} \tag{A45}$$

$$\frac{P_I}{P_Y}=\pi k^{2\delta-1}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta-\mu\delta-1}\Omega^{\mu\delta} \tag{A46}$$

$$\frac{P_X}{P_Y}=\pi k^{2\delta-1}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta-\mu\delta}\Omega^{\mu\delta-1} \tag{A47}$$

$$\frac{P_R}{P_Y}=\frac{\pi}{1-d}k^{2\delta-1}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta-\mu\delta}\Omega^{\mu\delta} \tag{A48}$$

于是将（A46）式代入正文中式（17），或将（A48）式代入正文中式（19），可以得到网络众包模式下的均衡效用为：

$$U_C=\pi k^{2\delta+\eta\mu\delta}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta(1-\mu)}[(\eta^{\eta}-\eta)(1-d)^{\eta}(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} \tag{A49}$$

此外，根据市场出清原则，在市场中交易的商品总供求是平衡的，因此，有：

$$M_C^R\cdot r^s=M_C^X\cdot r^d \tag{A50}$$

$$M_C^I\cdot i^s=M_C^Y\cdot i^d \tag{A51}$$

$$M_C^X\cdot x^s=M_C^Y\cdot x^d \tag{A52}$$

$$M_C^Y \cdot y^s = M_C^I \cdot y^d + M_C^X \cdot y^d + M_C^R \cdot y^d \tag{A53}$$

上述式子中，M_C^Y、M_C^X、M_C^I 和 M_C^R 分别代表网络众包结构中发包者、接包者、网络众包平台商和网络众包服务商的数量，因此，根据正文中（13）式、（15）式、（17）式和（19）式以及（A50）式、（A51）式、（A52）式和（A53）式，容易得到：

$$\frac{M_C^R}{M_C^X} = (\frac{\eta}{\eta^\eta - \eta})^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{A54}$$

$$\frac{M_C^I}{M_C^Y} = \frac{k\delta(1-\mu)}{1-\delta} \tag{A55}$$

$$\frac{M_C^X}{M_C^Y} = \frac{k\mu\delta}{1-\delta}\eta^{\frac{\eta}{\eta-1}} \tag{A56}$$

$$\frac{M_C^R}{M_C^Y} = \frac{k\eta\mu\delta}{1-\delta}(\eta^\eta - \eta)^{\frac{1}{\eta-1}} \tag{A57}$$

$$\frac{M_C^R}{M_C^I} = \frac{\eta\mu}{1-\mu}(\eta^\eta - \eta)^{\frac{1}{\eta-1}} \tag{A58}$$

$$\frac{M_C^I}{M_C^X} = \frac{1-\mu}{\mu}\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}} \tag{A59}$$

5. 超边际一般均衡分析求解【正文表 1】

（1）首先，令（A25）式和（A34）式中两个均衡效用小于零，即：

$$\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^2\eta^\eta(1-\eta)^{1-\eta}]^{\mu\delta} \le 0 \tag{A60}$$

$$\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^{\eta+2}(\eta^\eta - \eta)(1-d)^\eta(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} \le 0 \tag{A61}$$

解得：

$$1 \le a + c < 2 \tag{A62}$$

此时，$U_C>0$，必有 $U_C > U_A, U_C > U_P$，从而网络众包一定是经济社会的均衡外包模式。

（2）当 $0 < a + c < 1$ 时，由 $U_C > U_P$，$U_C > U_A$ 即

$$\pi k^{2\delta+\eta\mu\delta}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta(1-\mu)}[(\eta^\eta-\eta)(1-d)^\eta(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} > \pi k^{2\mu\delta+\eta\mu\delta}(1-a-c)^{1-\mu\delta}[(\eta^\eta-\eta)(1-d)^\eta(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta}$$

及 $\pi k^{2\delta+\eta\mu\delta}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta(1-\mu)}[(\eta^\eta-\eta)(1-d)^\eta(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} > \pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^2\eta^\eta(1-\eta)^{1-\eta}]^{\mu\delta}$

（A63）

解得：

$$k > \sqrt{\frac{1-a-c}{1-c}(\frac{1-a-c}{1-a})^{\frac{1-\delta}{\delta(1-\mu)}}} = k_1 \tag{A64}$$

由 $U_P > U_A$，$U_P > U_C$ 即

$$\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^{\eta+2}(\eta^{\eta}-\eta)(1-d)^{\eta}(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} > \pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^{2}\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}]^{\mu\delta}$$

及 $$\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^{\eta+2}(\eta^{\eta}-\eta)(1-d)^{\eta}(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} > \pi k^{2\delta+\eta\mu\delta}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta(1-\mu)}[(\eta^{\eta}-\eta)(1-d)^{\eta}(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta}$$

（A65）

解得：

$$k_1 > k > \frac{\eta}{1-d}[\frac{1}{\eta^{\eta}-\eta}(\frac{1-\eta}{1-b})^{1-\eta}]^{\frac{1}{\eta}} = k_0 \tag{A66}$$

（3）对表 1 中市场交易效率的两个临界值 k_1 和 k_0 分别求关于 δ 和 b 、d 的偏微分，得：

$$\frac{\partial k_1}{\partial \delta} = \frac{1}{\delta^2}\sqrt{\frac{1-a-c}{(\mu-1)(1-c)}(\frac{1-a-c}{1-a})^{\frac{1-\delta}{\delta(1-\mu)}}}\ln(\frac{1-a-c}{1-a}) > 0 \tag{A67}$$

$$\frac{\partial k_0}{\partial b} = \frac{1}{1-d}[\frac{1-\eta}{(\eta^{\eta}-\eta)(1-b)}]^{\frac{1}{\eta}} > 0 \tag{A68}$$

$$\frac{\partial k_0}{\partial d} = \frac{1}{(1-d)^2}[\frac{\eta^{\eta}}{\eta^{\eta}-\eta}(\frac{1-\eta}{1-b})^{1-\eta}]^{\frac{1}{\eta}} > 0 \tag{A69}$$

6. 外包到众包的劳动力要素优化配置效应求解

（1）传统外包模式【正文（23）式】

根据 $M = M_A^{IY} + M_A^{RX}$ 和（20）式，可以得到传统外包模式下不同分工主体人数关于总人数的关系式：

$$M_A^{IY} = \frac{(1-\mu\delta)M}{1-(1-k)\mu\delta}$$

$$M_A^{RX} = \frac{k\mu\delta M}{1-(1-k)\mu\delta} \tag{23}$$

（2）网络外包模式【正文（24）式】

根据 $M = M_P^{IY} + M_P^{X} + M_P^{R}$ 和（21）式，可以得到网络外包模式下不同分工主体人数关于总人数的关系式：

$$M_P^{IY} = \frac{(1-\mu\delta)M}{1-\mu\delta[1-k(1-a-c)]}$$

$$M_P^{X} = \frac{\mu\delta(1-a-c)(1-\eta)M}{\mu\delta(1-a-c)(1-\eta)[1+(\frac{\eta}{\eta^{\eta}-\eta})^{\frac{1}{1-\eta}}]+(1-\mu\delta)(k\pi^{\mu\delta})^{\frac{1}{\mu\delta-1}}}$$

$$M_P^{R} = \frac{\eta\mu\delta(1-a-c)M}{\eta\mu\delta(1-a-c)[1+(\frac{\eta}{\eta^{\eta}-\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}]+(1-\mu\delta)(k\pi^{\mu\delta})^{\frac{1}{\mu\delta-1}}} \tag{24}$$

（3）网络众包模式【正文（25）式】

根据 $M = M_C^{Y} + M_C^{X} + M_C^{I} + M_C^{R}$ 和式（22），可以得到网络外包模式下不同分工主体人数关于总人数的关系式：

$$M_C^Y=\frac{(1-\delta)M}{1-\delta+k\delta(1-\mu)+k\mu\delta[\eta^{\frac{\eta}{\eta-1}}+(\eta^{2\eta-1}-\eta^{\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}]}$$

$$M_C^X=\frac{k\mu\delta M}{k\mu\delta+[1-\delta+k\delta(1-\mu)]\eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}+k\mu\delta(\frac{\eta}{\eta^{\eta}-\eta})^{\frac{1}{1-\eta}}}$$

$$M_C^I=\frac{(1-\mu)M}{1-\mu+\frac{1-\delta}{k\delta}+\mu[\eta^{\frac{\eta}{\eta-1}}+(\eta^{2\eta-1}-\eta^{\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}]}$$

$$M_C^R=\frac{k\mu\delta M}{k\mu\delta+[1-\delta+k\delta(1-\mu)](\eta^{2\eta-1}-\eta^{\eta})^{\frac{1}{1-\eta}}+k\mu\delta(\frac{\eta}{\eta^{\eta}-\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}} \tag{25}$$

7. 外包到众包的劳动生产率提升效应求解

（1）最终产品 Y 的劳动生产率

在传统外包模式中，根据正文（3）式，容易得到最终产品 Y 的劳动生产率：

$$W_A^Y=\frac{y^p}{L_Y}=\frac{\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^2\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}]^{\mu\delta}}{\delta a(1-\mu)+(1-\delta)(1-c)} \tag{A70}$$

在网络外包模式中，根据正文（7）式，容易得到最终产品 Y 的劳动生产率：

$$W_P^Y=\frac{y^p}{L_Y}=\frac{\pi(1-a-c)^{1-\mu\delta}[k^2\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}]^{\mu\delta}}{\delta a(1-\mu)+(1-\delta)(1-c)} \tag{A71}$$

在网络众包模式中，根据正文（13）式，容易得到最终产品 Y 的劳动生产率：

$$W_C^Y=\frac{y^p}{L_Y}=\frac{\pi k^{2\delta}\Omega^{\mu\delta}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta-\mu\delta}}{\delta a(1-\mu)+(1-\delta)(1-c)} \tag{A72}$$

（2）信息匹配服务 I 的劳动生产率【正文（26）式】

在传统外包模式中，根据正文（3）式，容易得到信息匹配服务 I 的劳动生产率：

$$W_A^I=\frac{i^p}{L_I}=\frac{\delta(1-\mu)(1-a-c)}{\delta(1-\mu)(1-a)+c(1-\delta)} \tag{A73}$$

在网络外包模式中，根据正文（7）式，容易得到信息匹配服务 I 的劳动生产率：

$$W_P^I=\frac{i^p}{L_I}=\frac{\delta(1-\mu)(1-a-c)}{\delta(1-\mu)(1-a)+c(1-\delta)} \tag{A74}$$

在网络众包模式中，根据正文（16）和（17）式，容易得到信息匹配服务 I 的劳动生产率：

$$W_C^I=\frac{i^p}{L_I}=1-c \tag{A75}$$

（3）营销、支付或配送服务 R 的劳动生产率【正文（27）式】

在传统外包模式中，根据正文（5）式，容易得到营销、支付或配送服务 R 的劳动生产率：

$$W_A^R=\frac{r^p}{L_R}=\frac{\eta(1-b-d)}{\eta(1-b)+d(1-\eta)} \tag{A76}$$

在网络外包模式中，根据正文（10）和（11）式，容易得到营销、支付或配送服务 R 的劳动生产率：

$$W_P^R=\frac{r^p}{L_R}=1-d \tag{A77}$$

在网络众包模式中，根据正文（18）和（19）式，容易得到营销、支付或配送服务 R

的劳动生产率：

$$W_C^R=\frac{r^p}{L_R}=1-d \tag{A78}$$

（4）中间产品 X 的劳动生产率【正文（28）式】

在传统外包模式中，根据正文（5）式，容易得到中间产品 X 的劳动生产率：

$$W_A^X=\frac{x^p}{L_X}=\frac{\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}}{1-\eta(1-b)-d(1-\eta)} \tag{A79}$$

在网络外包模式中，根据正文（8）和（9）式，容易得到中间产品 X 的劳动生产率：

$$W_P^X=\frac{x^p}{L_X}=[k(1-d)]^{\eta}(1-b)^{1-\eta}(\frac{\eta}{\eta^{\eta}-\eta})^{\frac{\eta}{1-\eta}} \tag{A80}$$

在网络众包模式中，根据正文（14）和（15）式，容易得到中间产品 X 的劳动生产率：

$$W_C^X=\frac{x^p}{L_X}=(1-b)[\frac{\eta k(1-d)}{\Omega}]^{\frac{\eta}{1-\eta}} \tag{A81}$$

8. 外包到众包的迂回生产能力提升效应求解

（1）中间产品 X 的市场规模【正文（29）式】

在传统外包模式中，根据正文中（3）和（23）式，容易得到中间产品 X 的市场规模：

$$V_A^X=M_A^{IY}kx^d=\frac{k^2\mu\delta\eta^{\eta}(1-\eta)^{1-\eta}M}{1-\mu\delta(1-k)} \tag{A82}$$

在网络外包模式中，根据正文中（7）和（24）式，容易得到中间产品 X 的市场规模：

$$V_P^X=M_P^{IY}kx^d=\frac{k^2\mu\delta\Omega M}{1-\mu\delta[1-k(1-a-c)]} \tag{A83}$$

在网络众包模式中，根据正文中（13）和（25）式，容易得到中间产品 X 的市场规模：

$$V_C^X=M_C^{Y}kx^d=\frac{k^2\mu\delta\Omega M}{1-\delta+k\delta(1-\mu)+k\mu\delta[\eta^{\frac{\eta}{\eta-1}}-(\eta^{2\eta-1}-\eta^{\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}]} \tag{A84}$$

9. 外包到众包的人均网络连接红利提高效应求解【正文表3】

首先，由于在传统外包模式中，尚未出现广泛而成熟的网络化连接形态，因此其连接红利为0，即 $PCB_A=0$。

其次，对于网络外包模式，根据正文（11）式，可以得到其人均网络连接红利为：

$$PCB_P=\frac{i^s+r^s}{M}=\frac{0+1-d}{M}=\frac{1-d}{M} \tag{A85}$$

最后，对于网络众包模式，根据正文（17）和（19）式，可以得到其人均网络连接红利为：

$$PCB_C=\frac{i^s+r^s}{M}=\frac{1-c+1-d}{M}=\frac{2-(c+d)}{M} \tag{A86}$$

10. 外包到众包的人均真实收入上升效应求解

首先，就（22）式中网络众包结构人均真实收入 U_C 对 k 求偏导，有：

$$\frac{\partial U_C}{\partial k}=\pi k^{2\delta+\eta\mu\delta}(1-a)^{1-\delta}(1-c)^{\delta-\mu\delta}[(\eta^{\eta}-\eta)(1-d)^{\eta}(1-b)^{1-\eta}]^{\mu\delta} \tag{A87}$$

然后，就（30）式分别对 W_C^I 和 W_C^X 求偏导，有：

$$\frac{\partial U_C}{\partial W_C^I}=\pi k^{2\delta}(\delta-\delta\mu)(1-a)^{1-\delta}(W_C^I)^{\delta-\mu\delta-1}[W_C^X(1-b)(\frac{\eta^\eta}{\eta^\eta-\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}]^{\mu\delta}>0 \qquad \text{(A88)}$$

$$\frac{\partial U_C}{\partial W_C^X}=\pi\mu\delta k^{2\delta}(1-a)^{1-\delta}(W_C^I)^{\delta-\mu\delta}(W_C^X)^{\mu\delta-1}[(1-b)(\frac{\eta^\eta}{\eta^\eta-\eta})^{\frac{1}{\eta-1}}]^{\mu\delta}>0 \qquad \text{(A89)}$$