

附录

正文未报告部分

1. 合谋被查处即告终止

本文假设合谋被查处依然可以维持。下面说明即使考虑合谋被查处后即告终止，本文给出的罚款影响企业间合谋的传导渠道不受影响，主要结论保持稳健。

以定额罚款为例，反垄断执法机构查处合谋，使合谋以 $1-\alpha$ 的概率外生终止。企业合谋期望收益现值可以分为两部分：一是企业未被查处的期望收益现值，

$$\sum_{i=1}^{\infty} \delta^{i-1} (1-\alpha)^i \pi^c = \frac{(1-\alpha)\pi^c}{1-\delta(1-\alpha)} \quad (\text{A.1})$$

二是企业被查处的期望收益现值

$$\sum_{i=1}^{\infty} \delta^{i-1} \alpha (1-\alpha)^{i-1} \left(\pi^c - F + \frac{\delta}{1-\delta} \pi^{nc} \right) = \alpha \left(\pi^c - F + \frac{\delta}{1-\delta} \pi^{nc} \right) \left[1 - \delta(1-\alpha) \right] \quad (\text{A.2})$$

企业合谋期望收益现值为 (A.1) 和 (A.2) 式之和，

$$V^c = \frac{\pi^c - \alpha \left(F - \frac{\delta}{1-\delta} \pi^{nc} \right)}{1-\delta(1-\alpha)} \quad (\text{A.3})$$

与合谋被查处后依然维持合谋相比，合谋期望收益现值比查处后继续维持合谋的情况低，而背叛和惩罚期期望收益与查处后继续维持合谋情况相同。合谋稳定的临界折现因子为

$$\underline{\delta}^F = \frac{1}{1-\alpha} \frac{\pi^d - \pi^c}{\pi^d - \alpha F - \pi^{nc}} \quad (\text{A.4})$$

从表达式中可以看到，查处即告终止相对于继续维持提高了合谋稳定的临界折现因子。实际上，合谋以 $1-\alpha$ 的概率外生终止，等价于以 $1-\alpha$ 的比例降低了跨期折现因子（由 δ 降至 $\delta(1-\alpha)$ ， $\delta(1-\alpha)$ 为经查处合谋概率调整后的折现因子）。其他分析基本不变。特别地，合谋查处即告终止时提高查处概率 α 对合谋的威慑作用将更显著。因为 α 上升不仅提高了期望罚款额，还降低了跨期折现因子 $\delta(1-\alpha)$ 。

2. (引理 1 相关证明) q^* 唯一性证明

存在性由达布定理可证，主要证明唯一性。定额罚款下，合谋稳定临界折现因子对合谋产量的二阶导数为

$$\frac{\partial^2 \underline{\delta}^F}{\partial (q^c)^2} \Big|_{q^c \in (q^m, \bar{q})} = \frac{1}{N^3} \left\{ N \left[G \frac{\partial^2 \pi^d}{\partial (q^c)^2} - N \frac{\partial^2 \pi^c}{\partial (q^c)^2} \right] - 2N^2 \frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} \frac{\partial \underline{\delta}^F}{\partial q^c} \right\} \quad (\text{A.5})$$

其中， $G \square \pi^c - \alpha F - \pi^{nc}$ ， $N \square \pi^d - \alpha F - \pi^{nc} > 0$ 。易证使合谋稳定性最高的合谋产量 q^* 唯一：

当 $q^c = q^*$ 时， $\partial \underline{\delta}^F / \partial q^c = 0$ ，则上式大括号内第二项为 0，大括号内第一项根据假设为正，因此 $\partial^2 \underline{\delta}^F / \partial (q^c)^2 > 0$ 。从而合谋产量 q^* 的右邻域内 $q^c \in (q^*, q^* + \varepsilon)$ ， $\partial \underline{\delta}^F / \partial q^c > 0$ ，则由上式知 $\partial^2 \underline{\delta}^F / \partial (q^c)^2 > 0$ 。即 $\partial \underline{\delta}^F / \partial q^c$ 在合谋产量 $q^c > q^*$ 时为增函数，所以合谋稳定性最高的合谋产量 q^* 唯一。

3. (命题 1 相关证明) 定额罚款对内生合谋产量的影响

最优合谋产量一阶条件 (11) 式对定额罚款 F 隐函数求导得，

$$\frac{dM}{d\delta} \left[\left(\frac{\partial^2 \delta^F}{\partial (q^c)^2} \frac{dq^c}{dF} + \frac{\partial^2 \delta^F}{\partial q^c \partial F} \right) G + \frac{\partial \delta^F}{\partial q^c} \left(\frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \frac{dq^c}{dF} - \alpha \right) \right] + \frac{\partial^2 \pi^c}{\partial (q^c)^2} MK \frac{dq^c}{dF} + \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \left[\frac{dM}{d\delta} K \frac{d\delta^F}{dF} + M \left(-\delta \frac{dM}{d\delta} \right) \frac{d\delta^F}{dF} \right] = 0 \quad (A.6)$$

其中, $\frac{d\delta^F}{dF} = \frac{\partial \delta^F}{\partial q^c} \frac{dq^c}{dF} + \frac{\partial \delta^F}{\partial F}$ 。整理可得

$$\frac{dq^c}{dF} = -\frac{dM}{d\delta} \left[\frac{\partial^2 \delta^F}{\partial q^c \partial F} G - \alpha \frac{\partial \delta^F}{\partial q^c} + \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \frac{\partial \delta^F}{\partial F} (1-2\delta M) \right] L^{-1} \quad (A.7)$$

其中, $L = \frac{\partial^2 \pi^c}{\partial (q^c)^2} MK + 2 \frac{dM}{d\delta} \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \frac{\partial \delta^F}{\partial q^c} K + \frac{dM}{d\delta} \frac{\partial^2 \delta^F}{\partial (q^c)^2} G$, 根据假设和一阶条件, L 为负。

(7) 式对 F 求偏导得

$$\frac{\partial^2 \delta^F}{\partial q^c \partial F} = \frac{\alpha}{N^3} \left[2 \left(\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} G - \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} N \right) - N \left(\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} - \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \right) \right] \quad (A.8)$$

δ^F 对 F 求偏导得

$$\frac{\partial \delta^F}{\partial F} = \frac{1}{N^2} \alpha (\pi^d - \pi^c) \quad (A.9)$$

将 (7)、(A.8) 和 (A.9) 式代入 (A.7) 式, 等式右边转化为

$$\frac{dq^c}{dF} = -\frac{dM}{d\delta} \frac{2\alpha}{N^3} (N-G) \left(-\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} G + \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} NK \right) L^{-1} \quad (A.10)$$

由最优合谋产量一阶条件 (11) 式知

$$\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} G = \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} N - \frac{N^2 MK}{G} \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \left(\frac{dM}{d\delta} \right)^{-1} \quad (A.11)$$

则 (A.10) 式进一步转化为

$$\frac{dq^c}{dF} = -\frac{dM}{d\delta} \frac{2\alpha}{N^3} (N-G) \left[-\delta M \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} N + \frac{N^2 MK}{G} \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \left(\frac{dM}{d\delta} \right)^{-1} \right] L^{-1} \quad (A.12)$$

中括号内的项为正, 则 $dq^c/dF < 0$ 。

4. (命题 2 相关证明) 利润比例罚款平抑效应

比较古诺竞争下产量合谋定额罚款和利润比例罚款合谋平抑效应。最优合谋产量一阶条件分别为 (11)、(16) 和 (22) 式。首先比较当期利润比例罚款和定额罚款。令两种罚款威慑效果相同 ($F = \beta\pi^{nc}/(1-\alpha\beta)$), 此时合谋稳定性相同 ($\delta^F = \delta^P$)。将 $F = \beta\pi^{nc}/(1-\alpha\beta)$ 代入, 定额罚款和比例罚款一阶条件都转化为

$$\frac{1}{K^2} \left[\frac{dM}{d\delta} \frac{\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} \left(\pi^c - \frac{\pi^{nc}}{1-\alpha\beta} \right) - \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \left(\pi^d - \frac{\pi^{nc}}{1-\alpha\beta} \right)}{\left(\pi^d - \frac{\pi^{nc}}{1-\alpha\beta} \right)^2} \left(\pi^c - \frac{\pi^{nc}}{1-\alpha\beta} \right) + M(\delta) \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} K \right] = 0 \quad (A.13)$$

即合谋平抑效应相同。从而两种罚款模式在 $F = \beta\pi^{nc}/(1-\alpha\beta)$ 时, 合谋威慑和平抑效应

都相同。

然后比较 k 期利润比例罚款和定额罚款。令两种罚款威慑效果相同 ($F = \beta[\pi^{nc} + (k-1)\pi^c]/(1-\alpha\beta)$)，此时合谋稳定性相同 ($\underline{\delta}^F = \underline{\delta}_k^P$)。将 $F = \beta[\pi^{nc} + (k-1)\pi^c]/(1-\alpha\beta)$ 代入，定额罚款和比例罚款一阶条件分别转化为

$$\frac{1}{K^2} \left\{ \frac{\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} \frac{(1-\alpha\beta k)\pi^c - \pi^{nc}}{1-\alpha\beta} - \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \frac{(1-\alpha\beta)\pi^d - \alpha\beta(k-1)\pi^c - \pi^{nc}}{1-\alpha\beta}}{[\pi^d - \frac{\pi^{nc} + \alpha\beta(k-1)\pi^c}{1-\alpha\beta}]^2} \frac{(1-\alpha\beta k)\pi^c - \pi^{nc}}{1-\alpha\beta} + M(\underline{\delta}) \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} K \right\} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{1}{K^2} \left\{ \frac{\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} \frac{(1-\alpha\beta k)\pi^c - \pi^{nc}}{1-\alpha\beta} - \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} \frac{(1-\alpha\beta k)\pi^d - \pi^{nc}}{1-\alpha\beta}}{[\pi^d - \frac{\pi^{nc} + \alpha\beta(k-1)\pi^c}{1-\alpha\beta}]^2} \frac{(1-\alpha\beta k)\pi^c - \pi^{nc}}{1-\alpha\beta k} + M(\underline{\delta}) \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} K \right\} = 0 \quad (\text{A.15})$$

比较以上两式可知，当 $F = \beta[\pi^{nc} + (k-1)\pi^c]/(1-\alpha\beta)$ 时，定额罚款下的最优合谋产量更低；再由定额罚款和当期比例罚款合谋威慑和平抑效应关系知，当期比例罚款额与 k 期比例罚款威慑效果相同时，当期利润比例罚款最优合谋产量较低，负向合谋平抑效应更强。

5. (命题3相关证明) 销售额比例罚款威慑效应

比较古诺竞争下产量合谋当期销售额比例罚款和无罚款的合谋稳定临界折现因子，

$$\underline{\delta}^R - \underline{\delta} = \frac{\alpha\beta[R^c(\pi^d - \pi^{nc}) - R^d(\pi^c - \pi^{nc})]}{(\pi^d - \pi^{nc} - \alpha\beta R^d)(\pi^d - \pi^{nc})} \quad (\text{A.16})$$

记 $C = (\pi^d - \pi^{nc})/R^d - (\pi^c - \pi^{nc})/R^c$ ，当 $C > 0$ 时，即

$$\frac{\pi^d - \pi^{nc}}{R^d} - \frac{\pi^c - \pi^{nc}}{R^c} > 0 \quad (\text{A.17})$$

销售额比例罚款下合谋稳定临界折现因子较高；反之则反。

比较当期销售额比例罚款和利润比例罚款合谋稳定临界折现因子。记存在销售额比例罚款时合谋稳定的临界折现因子为

$$\underline{\delta}^R = \frac{\pi^d - \pi^c - \alpha\beta'(R^d - R^c)}{\pi^d - \pi^{nc} - \alpha\beta'R^d}$$

若罚款额相同， $\beta'R^c = \beta\pi^c$ 。则此时，两类罚款对应的合谋稳定折现因子之差为

$$\underline{\delta}^R - \underline{\delta}^P = \frac{\alpha\beta[(1-\alpha\beta)\pi^c - \pi^{nc}](R^c\pi^d - R^d\pi^c)}{[(1-\alpha\beta)\pi^d - \pi^{nc}](R^c\pi^d - R^c\pi^{nc} - \alpha\beta R^d\pi^c)} < 0 \quad (\text{A.18})$$

由假设 $\pi^d - \alpha\beta'R^d - \pi^{nc} > 0$ ，知 $R^c\pi^d - R^c\pi^{nc} - \alpha\beta R^d\pi^c > 0$ 。而由于合谋期企业利润率高于背叛期利润率， $R^c\pi^d - R^d\pi^c < 0$ 。从而销售额比例罚款合谋威慑效应低于等额的利润比例罚款合谋威慑效应。综上，销售额比例罚款合谋威慑效应较低，低于利润比例罚款。特别地，当 $R^c(\pi^d - \pi^{nc}) - R^d(\pi^c - \pi^{nc}) < 0$ 时，销售额比例罚款合谋威慑效应甚至为负，促进合谋稳定。

比较 k 期销售额比例罚款和无罚款的合谋稳定临界折现因子，

$$\underline{\delta}_k^R - \underline{\delta} = \frac{\alpha\beta\{(k-1)(\pi^d - \pi^c) + \pi^d - \pi^{nc}\}R^c - (\pi^c - \pi^{nc})R^d}{\{\pi^d - \pi^{nc} - \alpha\beta[R^d + (k-1)R^c]\}(\pi^d - \pi^{nc})} \quad (\text{A.19})$$

记 $C' = C + (k-1)(\pi^d - \pi^c) / R^d$ ，当 $C' > 0$ 时，即

$$\frac{(k-1)(\pi^d - \pi^c) + \pi^d - \pi^{nc}}{R^d} - \frac{\pi^c - \pi^{nc}}{R^c} > 0 \quad (\text{A.20})$$

k 期销售额比例罚款具备正向合谋威慑效应，反之则反。 k 期销售额罚款依然可能促进合谋稳定，但相比当期销售额罚款，负向合谋威慑存在的利润率区间更小。当 $C' > 0$ 时， k 期销售额比例罚款产生正向合谋威慑力。与当期销售额罚款比较， $C' > C$ ，即 k 期销售额比例罚款较当期销售额比例罚款更多地表现合谋威慑。¹ 记 k 期销售额比例罚款的实际罚款额为 $\beta k R^c$ ，当实际罚款额相同（ $\beta' R^c = \beta k R^c$ ）时，进一步比较两种合谋威慑效应大小，

$$\frac{\delta_k^R - \delta^R}{\delta_k^R - \delta^R} = \frac{\alpha \beta (R^d - R^c) (k-1) (\pi^c - \alpha \beta k R^c - \pi^{nc})}{[\pi^d - \alpha \beta (k-1) R^c - \alpha \beta R^d - \pi^{nc}] (\pi^d - \alpha \beta k R^d - \pi^{nc})} > 0 \quad (\text{A.21})$$

即 k 期销售额比例罚款的合谋威慑效应高于当期销售额比例罚款。为了比较的完整性，还需要与当期利润比例罚款威慑效应比较。 k 期销售额比例罚款与当期利润比例罚款合谋威慑效应相比，比较 k 期销售额比例罚款和当期利润比例罚款合谋稳定临界折现因子，

$$\frac{\delta_k^R - \delta^P}{\delta_k^R - \delta^P} = \frac{\alpha \beta (\pi^c - \alpha \beta k R^c - \pi^{nc}) (k \pi^d R^c - k \pi^c R^c + \pi^c R^c - \pi^c R^d)}{\{\pi^d - \pi^{nc} - \alpha \beta [R^d + (k-1) R^c]\} [(1-\alpha \beta) \pi^d - \pi^{nc}] \pi^c} \quad (\text{A.22})$$

其中， $\beta k R^c = \beta \pi^c$ 。两者大小取决于 $k \pi^d R^c - k \pi^c R^c + \pi^c R^c - \pi^c R^d$ 的符号。

6. 销售额比例罚款平抑效应与数值模拟

由于罚款以销售额作为基数，而非企业利润，企业有动力提高合谋价格，降低销售额，从而降低期望罚款额，以规避处罚（Bageri et al., 2013）。为了明确上述机制，在不考虑合谋稳定性的前提下企业期望合谋期利润最大化问题为

$$\max_{q^c} \pi^c - \alpha \beta R^c \quad (\text{A.23})$$

一阶条件为

$$\frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} - \alpha \beta \frac{\partial R^c}{\partial q^c} = (1-\alpha \beta) \frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} - \alpha \beta c = 0 \quad (\text{A.24})$$

其中， c 为固定的边际生产成本。记销售额比例罚款下期期望合谋利润最大化的合谋产量为 q^o ，此时 $\partial \pi^c / \partial q^c = \alpha \beta c / (1-\alpha \beta) > 0$ 。由 $\partial^2 \pi^c / \partial (q^c)^2 < 0$ 知， $q^o < q^m$ 。从而销售额比例罚款使卡特尔企业有动力选择低于垄断产量的合谋产量，以规避销售额比例罚款。此时，企业理性合谋产量范围为 $q^c \in [q^o, \bar{q}]$ 。

除降低合谋产量以减轻期望罚款之外，销售额比例罚款依然存在降低合谋产量、提高合谋收益以稀释罚款威慑效应的负向合谋平抑效应。销售额比例罚款下期合谋产量对合谋稳定性的影响为

$$\frac{\partial \delta^R}{\partial q^c} = \frac{(\frac{\partial \pi^d}{\partial q^c} - \alpha \beta \frac{\partial R^d}{\partial q^c}) (\pi^c - \alpha \beta R^c - \pi^{nc}) - (\frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} - \alpha \beta \frac{\partial R^c}{\partial q^c}) (\pi^d - \alpha \beta R^d - \pi^{nc})}{(\pi^d - \alpha \beta R^d - \pi^{nc})^2} \quad (\text{A.25})$$

同理可证，存在唯一合谋产量 $q^* \in (q^o, \bar{q})$ 使合谋稳定性最高。考虑企业共同选择合谋产量最大化期望合谋利润

1 假若外生合谋产量安排使得 $C' > 0 > C$ ， k 期销售额比例罚款降低合谋稳定性，而当期罚款反而促进合谋。

$$\max_q V(q^c) = \frac{M(\underline{\delta})(\pi^c - \alpha\beta R^c) + [1 - M(\underline{\delta})] \frac{\pi^{nc}}{1 - \delta}}{1 - \delta M(\underline{\delta})} \quad (\text{A.26})$$

最优合谋产量一阶条件为

$$\frac{1}{K^2} \left[\frac{dM}{d\underline{\delta}} \frac{\partial \underline{\delta}}{\partial q^c} (\pi^c - \alpha\beta R^c - \pi^{nc}) + M(\underline{\delta}) \left(\frac{\partial \pi^c}{\partial q^c} - \alpha\beta \frac{\partial R^c}{\partial q^c} \right) K \right] = 0 \quad (\text{A.27})$$

由于销售量和利润关系无法明确，故本文仅就线性需求函数 $P = a - b \sum_{i=1}^n q_i$ 、固定边际成本函数 $C(q_i) = cq_i$ 的情况进行数值模拟。

考虑销售额比例罚款的合谋平抑效应，结合当期和 k 期销售额罚款对线性需求函数情况进行数值模拟。针对不同的比较对象，采用两种比较方法。与利润比例罚款比较，考虑罚款比例相同时，不同罚款模式下期望利润最大化的最优合谋产量与合谋稳定临界折现因子，如图 A1 所示。

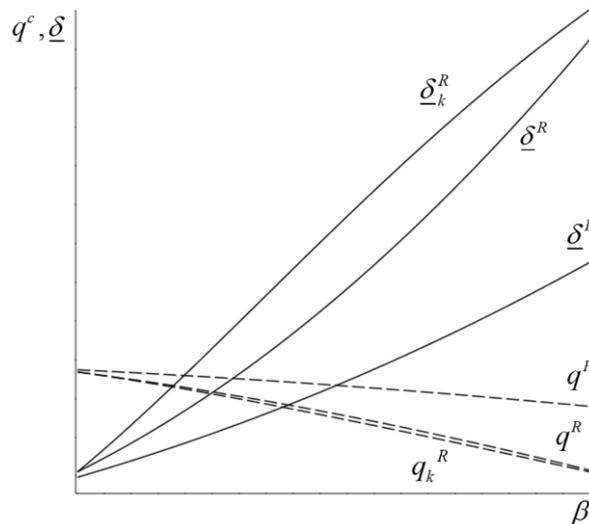


图 A1. 利润和销售额比例罚款产量合谋威慑和平抑效应²

图 A1 展示了利润比例罚款、当期和 k 期销售额比例罚款下最优合谋产量和临界折现因子随罚款比例变化情况。首先，纵向比较不同罚款比例的威慑和平抑效应。如图 A1 所示，三种罚款模式都存在正向威慑和负向平抑效应：均衡的合谋稳定临界折现因子均随着罚款比例上升而提高；引入罚款均存在使合谋产量下降的负向合谋平抑效应，且随着罚款比例上升，负向合谋平抑效应的程度加剧。其次，横向比较相同的罚款比例下三种罚款模式：相同罚款比例下， k 期销售额比例罚款的威慑效果强于当期销售额罚款，而利润比例罚款最弱。 k 期销售额比例的罚款威慑效果强于当期销售额罚款与理论分析一致。而利润比例罚款最弱的原因在于罚款比例相同时，利润较销售额基数小，实际罚款额较低，从而威慑效应较小。销售额比例罚款的最优合谋产量曲线保持在利润比例罚款产量曲线下方。且 k 期和当期罚款差别不大，即销售额比例罚款的负向平抑效应也较利润比例罚款严重。因此，罚款比例相同时，销售额比例罚款相较利润比例罚款，具有更强的合谋威慑效应，但将以更低的合谋产量为代价。就罚款基数期限而言，期限超过合谋期的 k 期罚款的威慑效应较强而平抑效应差别不

² 线性需求和成本函数以 $a=4, b=1, c=1, n=4, \alpha=0.2, \delta=0.5$ 为例。横坐标为罚款比例。 $\underline{\delta}$ 为最优合谋产量 q^c 与罚款比例 β 下的合谋稳定临界折现因子，是合谋产量根据罚款模式内生调整以后的，与前文所述合谋威慑效应不同。刻画合谋威慑效应的 $\underline{\delta}$ 为合谋产量外生固定下的 $\underline{\delta}$ ，虽然合谋产量在不同罚款模式下会内生改变，但以此刻画合谋威慑，有助于分析罚款均衡。实际上罚款模式会综合影响合谋产量和合谋稳定性，两者间又会相互影响，最终形成均衡。

大。

与定额罚款比较，考虑实际罚款额相同时，销售额罚款与定额罚款期望利润最大化的最优合谋产量与合谋稳定临界折现因子。

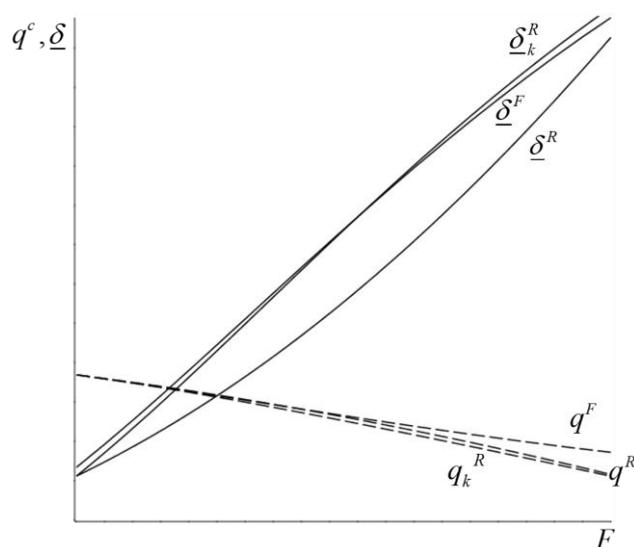


图 A2. 定额和销售额比例罚款产量合谋威慑和平抑效应³

图 A2 展示了定额罚款、当期和 k 期销售额比例罚款下最优合谋产量和临界折现因子随罚款额变化情况。纵向比较不同罚款比例的威慑和平抑效应。与图 A1 一致，罚款威慑伴随着合谋产量降低的合谋平抑效应，且随罚款额上升愈加显著。横向比较罚款额相同时三种罚款模式：威慑效应方面， k 期销售额比例罚款临界折现因子与定额罚款相近，高于当期销售额比例罚款；平抑效应方面，当期和 k 期销售额比例罚款最优合谋产量接近均低于定额罚款。因此，实际罚款额相同时，定额罚款拥有较强的合谋威慑效应和较弱的负向合谋平抑效应；罚款期限超过合谋期的 k 期销售额罚款的合谋威慑力与定额罚款相近，但负向合谋平抑效应较严重。

综上，当期和 k 期销售额罚款的负向合谋平抑效应相近，较其他罚款模式更为严重。

注：该附录是期刊所发表论文的组成部分，同样视为作者公开发表的内容。如研究中使用该附录中的内容，请务必在研究成果上注明引文和下载附件出处。

引用示例：

参考文献引用范例：

[1] 朱军. 技术吸收、政府推动与中国全要素生产率提升[J]. 中国工业经济. 2017,(1):5-24.

如果研究中使用了未在《中国工业经济》纸质版刊发、但在杂志网站上正式公开发表的数字内容（包括数据、程序、附录文件），请务必在研究成果正文中注明：

数据（及程序等附件）来自朱军（2017），参见在《中国工业经济》网站（<http://www.ciejjournal.org>）附件下载。

³ 线性需求和成本函数以 $a=4, b=1, c=1, n=4, \alpha=0.2, \delta=0.5$ 为例。横坐标为实际罚款额。